



AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **CHADLI Kaddour**
Soutiendra : le Samedi 06/12/2025 à 10H00
Lieu : FSDM – Département de Géologie

Une thèse intitulée :

Préservateurs non linéaires des projections k-hyper-généralisées et des opérateurs k-potents

En vue d'obtenir le Doctorat

FD : Sciences et Techniques

Spécialité : Analyse Fonctionnelle et Théorie Spectrale

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
EL AMRANI Abdelkhalek	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	PES	Président
ZGUITTI Hassane	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	PES	Rapporteur
EL BOUCHIBTI El Houcine	Faculté polydisciplinaire, Taroudant	PES	Rapporteur
OUDGHIRI IDRISSE YOUSSEFI Mourad	Faculté des Sciences, Oujda	PES	Rapporteur
JAATIT Ali	Faculté polydisciplinaire, Nador	PES	Examineur
CHOULLI hanan	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	MCH	Examineur
BENBOUZIANE Hassane	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	MCH	Directeur de thèse
ECH-CHRIF EL KETTANI Mustapha	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	PES	Expert



Résumé :

Dans cette thèse, nous nous intéressons aux problèmes de préservateurs non linéaires. De façon générale, ces problèmes visent à caractériser des applications

$$\Phi: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B},$$

non nécessairement linéaires, qui préservent certaines propriétés, comme l'invariance de fonctions, de sous-ensembles ou de relations, où \mathcal{A} et \mathcal{B} désignent des algèbres de Banach complexes unitaires.

Soit H un espace de Hilbert complexe, et soit \mathcal{S} une partie de $B(H)$. Nous considérons la propriété de préservation suivante :

$$A - \lambda B \in \mathcal{S} \Leftrightarrow \Phi(A) - \lambda\Phi(B) \in \mathcal{S}, \text{ pour tous } A, B \in B(H), \lambda \in \mathbb{C}. \quad (\mathbf{P})$$

Nous étudions d'abord les problèmes de préservateurs associés aux projections généralisées. Plus précisément, nous caractérisons les applications surjectives

$$\Phi: B(H) \rightarrow B(H)$$

qui satisfont (\mathbf{P}) , où \mathcal{S} désigne l'ensemble des projections généralisées sur H . Cette étude est ensuite étendue aux projections k -hyper-généralisées et aux opérateurs k -potents, offrant une approche unifiée qui généralise plusieurs résultats connus.

Nous étendons ensuite ces études au cadre des espaces de Banach. En particulier, nous décrivons la structure des applications surjectives faiblement continues

$$\Phi: B(X) \rightarrow B(X)$$

qui satisfont (\mathbf{P}) , où \mathcal{S} est l'ensemble des opérateurs k -potents sur un espace de Banach complexe X .

Enfin, motivés par la caractérisation des projections en termes de pseudo-spectre, nous étudions les préservateurs du pseudo-spectre des produits généralisés d'opérateurs.

Mots clés : problèmes de préservateurs non linéaires, projection généralisée, projection k -hyper-généralisée, opérateur k -potent, pseudo-spectre.



NONLINEAR PRESERVERS OF K -HYPER-GENERALIZED PROJECTIONS AND K -POTENT OPERATORS

Abstract :

In this thesis, we are concerned with nonlinear preserver problems. A general formulation of such problems requires the characterization of maps

$$\Phi: \mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B},$$

which are not necessarily linear, preserving certain properties, such as invariance of specific functions, subsets, or relations, where \mathcal{A} and \mathcal{B} are unital complex Banach algebras.

Let H be a complex Hilbert space, and let \mathcal{S} be a subset of $B(H)$. We consider the following preserving property:

$$A - \lambda B \in \mathcal{S} \Leftrightarrow \Phi(A) - \lambda\Phi(B) \in \mathcal{S}, \text{ for all } A, B \in B(H), \lambda \in \mathbb{C}. \quad (\mathbf{P})$$

We first investigate preserver problems related to generalized projections. Specifically, we characterize surjective maps

$$\Phi: B(H) \rightarrow B(H)$$

that satisfy (\mathbf{P}) , where \mathcal{S} is the set of generalized projection operators on H . This study is then extended to k -hyper-generalized projections and k -potent operators, offering a unified approach that generalizes several known results.

We then extend these characterizations beyond Hilbert spaces to the setting of Banach spaces. In particular, we describe the structure of surjective weakly continuous maps

$$\Phi: B(X) \rightarrow B(X)$$

that satisfy (\mathbf{P}) , where \mathcal{S} is the set of k -potent operators on a complex Banach space X .

Finally, motivated by the characterization of projections in terms of their pseudo-spectrum, we study the preservers of the pseudo-spectrum of generalized products of operators.

Key Words : nonlinear preserver problems, generalized projections, hyper-generalized projections, k -potent operators, pseudo-spectrum.