



AVIS DE SOUTENANCE DE THESE

Le Doyen de la Faculté des Sciences Dhar El Mahraz –Fès – annonce que

Mr **DAIFE Abdelali**

Soutiendra : le **Samedi 13/12/2025 à 10H00**

Lieu : **FSDM – Centre Visioconférence**

Une thèse intitulée :

Etude des EDP Non Linéaires Locales et Non Locales Perturbées via les mesures de Young

En vue d'obtenir le **Doctorat**

FD : Mathématiques et Applications

Spécialité : Équations aux Dérivées Partielles

Devant le jury composé comme suit :

Nom et prénom	Etablissement	Grade	Qualité
MELIANI Said	Faculté des Sciences et Techniques, Beni Mellal	PES	Président
HACHIMI Hanaa	École Nationale des Sciences Appliquées, Kénitra	PES	Rapporteur
ELMOUMNI Mostafa	Faculté des Sciences, El Jadida	MCH	Rapporteur
BARBARA Abdelkrim	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	MCH	Rapporteur
AKDIM Youssef	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	PES	Examineur
AIT HAMMOU Mustapha	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	MCH	Examineur
AZROUL El Houssine	Faculté des Sciences Dhar EL Mahraz, Fès	PES	Directeur de thèse



Résumé :

Cette thèse étudie l'existence de solutions faibles pour diverses classes de systèmes elliptiques, paraboliques et non locaux fractionnaires non linéaires, en mettant particulièrement l'accent sur les équations quasilineaires présentant des structures perturbées. Le cadre analytique commun tout au long de ce travail repose sur l'utilisation des approximations de Galerkin et des techniques de mesures de Young, ce qui permet de traiter rigoureusement les non-linéarités et les phénomènes de convergence faible dans des espaces de type Sobolev appropriés.

Nous commençons par examiner des systèmes elliptiques fortement quasilineaires de la forme

$$G\omega(x) = f(x, \omega, D\omega) \\ \text{dans } \Omega, \quad \omega = 0 \text{ sur } \partial\Omega,$$

où G inclut des perturbations du gradient. Dans l'espace de Sobolev classique $W^{\{1,p\}}_0(\Omega; \mathbb{R}^m)$, nous démontrons des résultats d'existence en utilisant la méthode de Galerkin couplée à la théorie des mesures de Young.

Nous étendons ensuite notre analyse à des systèmes elliptiques quasilineaires plus généraux de type divergence, possiblement dégénérés, faisant intervenir des opérateurs tels que

$$G\omega(x) = -\text{div}(\omega(x)\sigma(x, D\omega - Y(\omega))),$$

où la dégénérescence ainsi que les perturbations non linéaires sont traitées à l'aide des espaces de Sobolev pondérés et des outils de convergence faible offerts par les mesures de Young.

Dans un développement ultérieur, nous étudions des systèmes paraboliques quasilineaires régis par des équations d'évolution en forme divergence. Ces systèmes comportent des perturbations du gradient et des termes sources dans des espaces de Sobolev–Bochner duals. Nous prouvons l'existence de solutions faibles dépendant du temps en utilisant un schéma de Galerkin discrétisé en temps et un passage à la limite soigneux faisant appel aux mesures de Young pour gérer les non-linéarités à la fois en espace et en temps.

Enfin, nous explorons une classe de systèmes fractionnaires non locaux régis par l'opérateur L_K^α , défini à l'aide de noyaux intégraux, et impliquant des termes perturbateurs non standard. Nous identifions des espaces de Sobolev fractionnaires appropriés assurant le bon-pose de tels problèmes et utilisons, encore une fois, les mesures de Young pour surmonter les difficultés posées par les non-linéarités non locales.

Dans l'ensemble, cette thèse propose une approche unifiée pour traiter un large spectre d'équations aux dérivées partielles non linéaires, en s'appuyant sur des techniques variationnelles, des méthodes de compacité et la théorie des mesures de Young, établissant ainsi une théorie d'existence robuste pour les systèmes quasilineaires perturbés locaux et non locaux.

Mots clés : Système elliptique quasilineaire, Système parabolique quasilineaire, Mesure de Young, Solution faible, Solution faible d'énergie, Méthode de Galerkin, Approximation de Galerkin, Opérateurs non locaux et intégro-différentiels.



Study of Perturbed Local and Nonlocal Nonlinear PDEs via Young Measures

Abstract :

This thesis investigates the existence of weak solutions for various classes of nonlinear elliptic, parabolic, and nonlocal fractional systems, with a particular focus on quasilinear equations exhibiting perturbative structures. The common analytical framework throughout this work involves the use of Galerkin approximations and Young measure techniques, allowing us to rigorously address nonlinearities and weak convergence phenomena in suitable Sobolev-type spaces.

We begin by considering strongly quasilinear elliptic systems of the form

$$G\omega(x) = f(x, \omega, D\omega), \text{ in } \Omega, \quad \omega = 0 \text{ on } \partial\Omega.$$

where G includes gradient perturbations. Within the classical Sobolev space $W^{1,p}_0(\Omega; \mathbb{R}^m)$, we prove existence results using Galerkin's method coupled with Young measure theory.

We then extend our analysis to more general quasilinear elliptic systems of divergence type, possibly degenerate, involving operators like

$$G\omega(x) = -\operatorname{div}(\omega(x)\sigma(x, D\omega - Y(\omega))).$$

where both the degeneracy and the nonlinear perturbations are handled via weighted Sobolev spaces and the weak convergence tools provided by Young measures.

In a further development, we study quasilinear parabolic systems governed by evolution equations in divergence form. These involve gradient perturbations and source terms in dual Sobolev–Bochner spaces. We demonstrate the existence of time-dependent weak solutions using a time-discretized Galerkin scheme and a careful passage to the limit involving Young measures to manage nonlinearities in both space and time.

Finally, we explore a class of nonlocal fractional systems driven by the operator $L^{p,K}$, defined via integral kernels, and involving nonstandard perturbative terms. We identify appropriate fractional Sobolev spaces ensuring the well-posedness of such problems and, once again, employ Young measures to overcome the challenges posed by nonlocal nonlinearities.

Overall, this thesis provides a unified approach for treating a wide spectrum of nonlinear PDEs through variational techniques, compactness methods, and the theory of Young measures, establishing a robust existence theory for both local and nonlocal perturbed quasilinear systems.

Key Words: Quasilinear elliptic system, Quasilinear parabolic system, Young measure, Weak solution, Weak energy solution, Galerkin method, Galerkin approximation, Non-local and integro-differential operators.