



Résumé :

Cette thèse porte sur deux axes de recherche relevant du calcul fractionnaire. Le travail concerne, d'une part, l'étude théorique des systèmes elliptiques fractionnaires non locaux et, d'autre part, l'analyse de deux modèles d'interactions tumeur-système immunitaire décrits par des équations différentielles fractionnaires.

Nous nous intéressons à l'existence et à la multiplicité de solutions faibles pour certaines classes de systèmes fractionnaires sous différentes conditions aux limites. L'analyse repose essentiellement sur les méthodes variationnelles, la théorie des points critiques ainsi que plusieurs outils d'analyse fonctionnelle.

Nous nous traitons également deux systèmes tumeur-système immunitaires modélisés par des systèmes d'équations différentielles ordinaires faisant intervenir la dérivée fractionnaire de Caputo. Dans un premier temps, un modèle fractionnaire d'ordre constant est utilisé pour décrire la dynamique des populations tumorales et immunitaires tout en prenant en compte les effets de mémoire. Ensuite, ce modèle est généralisé à un cadre fractionnaire d'ordre variable, permettant une description plus flexible des dynamiques biologiques et des effets de mémoire dépendant du temps. Des simulations numériques basées sur la méthode d'Adams-Bashforth-Moulton sont également présentées afin d'illustrer le comportement qualitatif des systèmes étudiés.

Mots clés :

Systèmes non linéaires elliptiques, Espaces de Sobolev fractionnaires, Méthodes variationnelles, Dérivée de Caputo, Modèle tumeur-système immunitaire, Stabilité.



STUDY OF SOME NONLINEAR FRACTIONAL ELLIPTIC SYSTEMS AND TUMOR-IMMUNE INTERACTION MODELS

Abstract :

This thesis deals with two research topics related to fractional calculus. the work concerns, on the one hand, the theoretical study of nonlocal fractional elliptic systems and, on the other hand, the analysis of tumor-immune system interaction models described by fractional differential equations.

We investigate the existence and multiplicity of weak solutions for several classes of fractional systems involving $(p(x, \cdot), q(x, \cdot))$ -Laplacian operators under different boundary conditions. The analysis is mainly based on variational methods, critical points theory, and functional analysis techniques.

Furthermore, using the Caputo fractional derivative, we propose two systems of ordinary differential equations describing the tumor-immune interactions. First, a constant-order fractional model is used to describe the dynamics of tumor and immune cell populations while incorporating memory effects. Then, this model is extended to a variable-order fractional framework, which allows a more flexible description of biological dynamics and time-dependent memory effects. Numerical simulations based on the Adams-Bashforth-Moulton method are also presented to illustrate the qualitative behavior of the system.

Key Words :

Nonlinear elliptic systems, Fractional Sobolev space, Variational methods, Tumor-immune system model, Caputo derivative, Stability analysis.